Evaluation

Exercice 1 :

On considère l'équation différentielle

$$(E) \qquad xy' - y = -x^2e^{-x}$$

où y est une fonction de la variable x, définie et dérivable sur $]0, +\infty[$, et où y' est la dérivée de y.

1. Vérifier que la fonction s, définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par $s(x) = xe^{-x}$ est solution de l'équation (E).
2. Résoudre sur $]0, +\infty[$ l'équation différentielle

   $$(E_0) \qquad xy' - y = 0$$

3. Résoudre l'équation différentielle (E) sur $]0, +\infty[$.
4. Déterminer la solution particulière g de (E) sur $]0, +\infty[$ vérifiant la condition $g(1) = 1 + \dfrac{1}{e}$

Exercice 2 :

L'objectif de cette partie est la résolution de l'équation différentielle

$$(E) \qquad -xy' + 2y = 4x + 12$$

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle

   $$(E_0) \qquad -xy' + 2y = 0$$

2. Déterminer les constantes réelles a et b pour que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

   $$g(x) = ax + b$$

   soit une solution particulière de l'équation différentielle (E).
3. En déduire la solution générale de (E).

Exercice 3 :

On considère l'équation différentielle

$$(E) \qquad x' - 4x = 2e^{3t}$$

où l'inconnue x est une fonction de la variable réelle t, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, et où x' est la fonction dérivée de x.

1. Résoudre l'équation différentielle

   $$(E_0) \qquad x' - 4x = 0$$

2. Déterminer une solution particulière h de (E) sous la forme $h(t) = ae^{3t}$ où a est une constante réelle à déterminer.
3. En déduire la solution générale de (E).
4. Déterminer la solution particulière f de (E) vérifiant la condition initiale $f(0) = 0$.