ECOULEMENT DES FLUIDES

1. Définitions :

L'écoulement d'un fluide parfait est donné par la relation de BERNOULLI

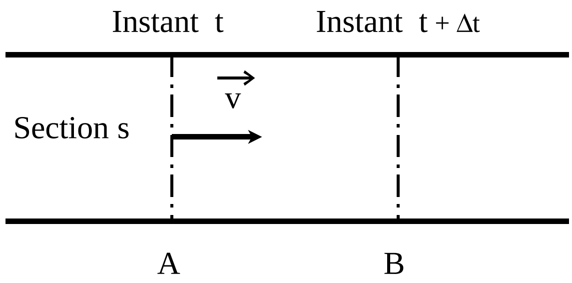
1.1. Fluide en régime permanent :

On dit qu'un fluide s'écoule en régime permanent , lorsque l'écoulement est établi : alors la vitesse en un point quelconque ne dépend pas du temps t mais uniquement de la position M du point considéré.
Donc en un point M donné de l'écoulement on aura toujours la même vitesse v .

1.2. Notion de continuité :

Quand un fluide s'écoule, il n'y a ni apparition, ni disparition de matière : à travers chaque section de l'écoulement s'écoule la même masse Δm pendant le même temps Δt .

1.3. Débit volumique et débit massique :



==> débit volumique :
Unité SI : q_v en $m^3.s^{-1}$

$$\boxed{q_v = \frac{\Delta V}{\Delta t}}$$

* ΔV = volume du fluide entre les points A et B
* $\Delta V = s \, . \, AB$ avec $AB = v \, . \, \Delta t$

$$q_v = \frac{s \, . \, v \, . \, \Delta t}{\Delta t} \qquad \text{donc} \qquad \boxed{q_v = s \, . \, v}$$

==> débit massique :
Unité SI : q_m en $kg.s^{-1}$

$$\boxed{q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t}}$$

* Δm = masse du fluide entre les points A et B
* $\Delta m = \rho \, . \, \Delta V$

$$q_m = \frac{\rho \, . \, \Delta V}{\Delta t} \qquad \text{Donc} \qquad \boxed{q_m = \rho \, . \, q_v}$$

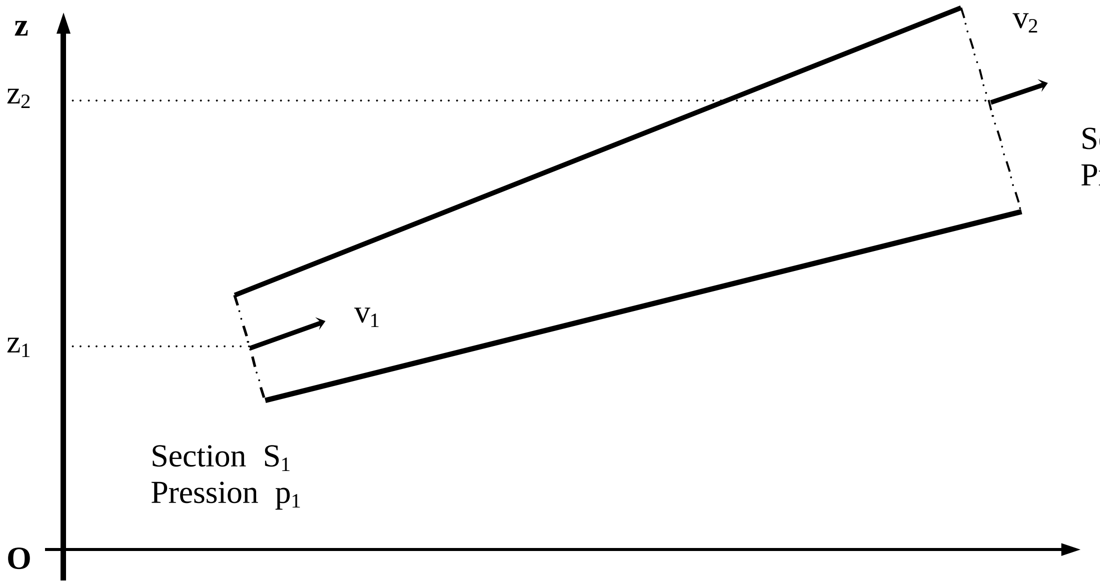
2. Théorème de BERNOULLI

2.1. Remarques :

* on considère un tube de courant de section assez faible pour que la pression p et la vitesse v du fluide soient considérées comme constantes en tous points de la section S .
* on se place dans le cas d'un fluide parfait :

- on néglige les frottements entre le fluide et la paroi : cela veut dire que la vitesse d'écoulement v reste suffisamment faible
- on considère qu'il n'existe aucune turbulence pendant l'écoulement
- on considère que la viscosité du fluide est faible

2.2. Energies mises en jeu dans l'écoulement :



Théorème de l'énergie cinétique entre les instants t_1 et t_2 :
$Ec_2 - Ec_1 = \Sigma W_{forces} = W_{poids} + W_{pression}$

$$\frac{1}{2}\Delta m \cdot v_2^{\,2} - \frac{1}{2}\Delta m \cdot v_1^{\,2} = -\Delta m \cdot g \cdot (z_2 - z_1) - (p_2 - p_1) \cdot \Delta V$$

En divisant les deux membres par ΔV :

$$\frac{1}{2}\frac{\Delta m}{\Delta V} \cdot v_2^{\,2} - \frac{1}{2}\frac{\Delta m}{\Delta V} \cdot v_1^{\,2} = \frac{\Delta m}{\Delta V} \cdot g \cdot (z_1 - z_2) - (p_2 - p_1)$$

Ce qui donne finalement :

$$\frac{1}{2}\rho\, v_2^{\,2} + \rho\, g\, z_2 + p_2 = \frac{1}{2}\rho\, v_1^{\,2} + \rho\, g\, z_1 + p_1$$

2.3. Enoncé :

Pour un fluide parfait en écoulement, la ***pression totale*** du fluide est ***un invariant*** :

$$\boxed{\frac{1}{2}\rho\, v^2 + \rho\, g\, z + p = \text{Constante}}$$

Signification des différents termes de pression :

$\frac{1}{2}\rho\, v_1^{\,2}$: pression dynamique

p : pression motrice

$\rho\, g\, z$: pression hydrostatique

2.4. Autres expressions :

==> en termes d'énergie : en divisant la relation par ρ :

$$\frac{1}{2} v^2 + \frac{p}{\rho} + g\, z = Cte$$

Energie cinétique — Energie de pression — Energie potentielle

Ce sont les énergies pour une masse $\Delta m = 1$ kg

==> en termes de hauteur :
En divisant la relation par $\rho\, g$:

$$\frac{1}{2}\frac{v^2}{g} + z + \frac{p}{\rho\, g} = Cte$$

Hauteur de chute — Altitude — Hauteur PIEZOMETRIQUE