

## Étude d'une fonction exponentielle.

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = 1 - \frac{x-1}{e^x}.$$

1. Déterminer la valeur exacte de  $f(2)$ .
2. Calculer la limite de la fonction  $f$  en  $-\infty$ .
3. (a) Calculer la limite de la fonction  $f$  en  $+\infty$ .  
  
(b) En déduire l'existence d'une asymptote à la courbe représentative de la fonction  $f$ , dont on précisera une équation.
4. (a) On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ . Montrer que  $f'(x) = \frac{x-2}{e^x}$ .  
  
(b) Étudier le signe de  $f'(x)$  sur  $\mathbb{R}$ .  
  
(c) Dresser le tableau de variations de  $f$ .  
  
(d) En déduire le signe de  $f(x)$  sur  $\mathbb{R}$ .  
  
(e) Déterminer l'équation de la tangente  $T$  à la courbe au point d'abscisse 1. (On donnera les coefficients exacts, puis leur valeur approchée à 0,01 près).