CORRECTION (Suite)

Ex 3 :

1 - Lorsque l'intensité est multipliée par 10 ($\times 10$), le niveau sonore augmente de 10 dB ($+10$).

2 - a/ $f(10^{6}) = \frac{10}{\ln 10} \times \ln(10^{6}) + 120 = 180$

$f(10^{-2}) = \frac{10}{\ln 10} \times \ln(10^{-2}) + 120 = 100$

...

donc vrai !

⚠ CONJECTURE : vérifier une affirmation sans avoir à la démontrer.

b. 2 motos donc 2×10^{-5} pour l'intensité acoustique :

$f(2 \times 10^{-5}) = \frac{10}{\ln 10} \times \ln(2 \times 10^{-5}) + 120 = 73\text{ dB}$

⚠ En général, lorsque l'intensité sonore double ($\times 2$) (2 motos au lieu d'une...), le niveau augmente de 3 dB ($+3$)

3/ Cela revient à resoudre l'équation : $\underline{f(x) = 85}$:

$\Leftrightarrow \dfrac{10}{\ln 10} \times \ln x + 120 = 85$

$\Leftrightarrow \ln x = \dfrac{(85-120) \times \ln 10}{10} = -3,5 \ln 10$

$\Leftrightarrow \cancel{e}^{\cancel{\ln} x} = e^{-3,5 \ln 10} \Leftrightarrow x = 10^{-3,5} = \dfrac{1}{10^{3,5}} \simeq 3,2 \times 10^{-4}$ W/m

$(\simeq 0,00032)$

$\underline{\text{Ex 4}}$: $f(x) = \dfrac{4}{1+e^x} - 2$

$\underline{1/}$

$* f(-\ln 7) = \dfrac{4}{1+e^{-\ln 7}} - 2 = \dfrac{4}{1+\frac{1}{7}} - 2$ $\left(e^{-\ln a} = \dfrac{1}{a}\right)$

$= \dfrac{4}{\frac{7}{7}+\frac{1}{7}} - 2 = \dfrac{4}{\frac{8}{7}} - 2 = \cancel{4}^{1} \times \dfrac{7}{\cancel{8}_{2}} - 2 = \dfrac{7}{2} - \dfrac{4}{2} = \dfrac{3}{2}$

$* f(\ln 3) = \dfrac{4}{1+e^{\ln 3}} - 2 = \dfrac{4}{1+3} - 2 = \dfrac{4}{4} - 2 = 1 - 2 = -1$

2- $f(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{4}{1+e^x} - 2 = 0 \Leftrightarrow \dfrac{4}{1+e^x} = 2$

$\Leftrightarrow 4 = 2 \times (1+e^x) = 2 + 2e^x \Leftrightarrow 4-2 = 2e^x \Leftrightarrow 2 = 2e^x$

$\Leftrightarrow e^x = \dfrac{2}{2} = 1 \Leftrightarrow e^x = 1 \Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln(1)$

$\Leftrightarrow \underline{x = 0}$

Forme $\frac{1}{u}$ et $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

3- a/ $f'(x) = \left(\frac{4}{1+e^x} - 2\right)' = \left(4 \times \frac{1}{1+e^x} - 2\right)'$

$f'(x) = 4 \times \left(-\frac{e^x}{(1+e^x)^2}\right)$ ⚠ $(e^x)' = e^x$

$f'(x) = \frac{-4e^x}{(1+e^x)^2}$

b- ⚠ Pour étudier les variations de f, on étudie le signe de sa dérivée !

$f'(x) < 0$ car $e^x > 0$ donc $-4e^{-x} < 0$!
$(1+e^x)^2 > 0$

donc :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	$2 \searrow$	-2

* $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 2$ car $\begin{cases} \lim_{-\infty} e^x = 0 \\ \text{et} \\ \lim_{-\infty} \frac{4}{1+0} - 2 = 2 \end{cases}$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -2$ car $\begin{cases} \lim_{+\infty} e^x = +\infty \\ \lim_{+\infty} \frac{4}{1+e^x} = 0 \quad \left(\frac{4}{+\infty} = 0\right) \end{cases}$

4/ Éq. de la Tg en $x = \ln 3$: $f(\ln 3) = -1$

$y = f'(\ln 3) \times (x - \ln 3) + f(\ln 3)$ $f'(\ln 3) = -\frac{3}{4}$

$y = -\frac{3}{4}(x - \ln 3) - 1 = -\frac{3}{4}x - 1 + \frac{3}{4}\ln 3$